

Kostenfunktion

1. Grundlagen
2. Grenzkosten
3. grafische Darstellung
4. Arten & Verläufe

- **Kosten:** Wertverzehr für die Erstellung der betrieblichen Leistung pro Periode
 - **Fixkosten (c):** Höhe unabhängig von Produktionsmenge
 - **variable Gesamtkosten ($d * x$):** Höhe abhängig von Produktionsmenge
 - **variable Stückkosten (d):** variable Gesamtkosten pro produzierter Einheit
 - **gesamte Stückkosten ($K/x, (c/x) + d$):** Kosten pro produzierter Einheit
- **Kostenfunktion:** funktionale Beziehung zwischen (Gesamt-) Kosten (K), Fixkosten (c) und variablen Gesamtkosten ($d * x$) pro Periode

$$K(x) = c + d * x$$

$$K(p) = c + d * (\alpha - \beta * p)$$

Aufgabe 1: Ein Unternehmen kauft 4 Maschinen, für je 7.500 €, für die Produktion von Hemden. Die Miete der Produktionshalle kostet jährlich 36.000 € und die Personalkosten betragen 58.000 €. Stoff und Faden für die Produktion eines Hemdes kosten 2,20 €. Die Energiekosten betragen 0,10 € pro Hemd und die Kosten für Verpackung und Versand je 2,80 €. Wie viele Hemden können pro Jahr produziert werden, wenn die Gesamtkosten 1 Mio. € nicht übersteigen sollen?

1. Fixkosten und variable Stückkosten berechnen:

- $c = 4 * 7.500 + 36.000 + 58.000 = 124.000 \text{ €}$
- $d = 2,20 + 0,10 + 2,80 = 5,10 \text{ €}$

Kostenfunktion › Aufgabe 1

2. maximale Absatzmenge berechnen:

- $K_{max} = 1.000.000 \text{ €}, c = 124.000 \text{ €}, d = 5,10 \text{ €}$
- $1.000.000 \geq 124.000 + 5,10 * x - 124.000$
- $876.000 \geq 5,1x / 5,1$
- $x \leq \underline{171.764,7059}$

Antwort: Es können maximal 171.764 Hemden pro Jahr produziert werden, damit die Gesamtkosten in diesem Jahr 1 Mio. € nicht übersteigen.

Aufgabe 2: Wie hoch sind die variablen Stückkosten in Jahr 1 bei einer Sättigungsmenge der Preis-Absatz-Funktion von 750?

Jahr	p	x	U	c	d	K
1	40		28.000			16.000
2	44				22	17.290

1. Absatzmenge in Jahr 1 berechnen:

- $U = p * x \rightarrow x = \frac{U}{p}$
- $x_1 = \frac{28.000}{40} = 700$

Aufgabe 2: Wie hoch sind die variablen Stückkosten in Jahr 1 bei einer Sättigungsmenge der Preis-Absatz-Funktion von 750?

Jahr	p	x	U	c	d	K
1	40	700	28.000			16.000
2	44				22	17.290

2. Absatzmenge in Jahr 2 berechnen:

- $x_1 = 700 = 750 - \beta * 40 + (\beta * 40)$
- $700 + 40\beta = 750 - 700$
- $40\beta = 50 / 40$
- $\beta = 1,25$

Kostenfunktion › Aufgabe 2

Aufgabe 2: Wie hoch sind die variablen Stückkosten in Jahr 1 bei einer Sättigungsmenge der Preis-Absatz-Funktion von 750?

Jahr	p	x	U	c	d	K
1	40	700	28.000			16.000
2	44				22	17.290

2. Absatzmenge in Jahr 2 berechnen:

- $x_2 = 750 - 1,25 * 44$
- $x_2 = 695$

Kostenfunktion › Aufgabe 2

Aufgabe 2: Wie hoch sind die variablen Stückkosten in Jahr 1 bei einer Sättigungsmenge der Preis-Absatz-Funktion von 750?

Jahr	p	x	U	c	d	K
1	40	700	28.000			16.000
2	44	695			22	17.290

3. Fixkosten berechnen:

- $K_2 = 17.290 = c + 22 * 695 = c + 15.290$ **-15.290**
- $c = 2.000$

Kostenfunktion › Aufgabe 2

Aufgabe 2: Wie hoch sind die variablen Stückkosten in Jahr 1 bei einer Sättigungsmenge der Preis-Absatz-Funktion von 750?

Jahr	p	x	U	c	d	K
1	40	700	28.000	2.000		16.000
2	44	695			22	17.290

4. variable Stückkosten in Jahr 1 berechnen:

- $K_1 = 16.000 = 2.000 + d * 700 - 2.000$
- $14.000 = 700d / 700$
- $d = \underline{20}$

Antwort: Die variablen Stückkosten in Jahr 1 betragen 20 Geldeinheiten.

Kostenfunktion › Aufgabe 2

Aufgabe 2: Wie hoch sind die variablen Stückkosten in Jahr 1 bei einer Sättigungsmenge der Preis-Absatz-Funktion von 750?

Jahr	p	x	U	c	d	K
1	40	700	28.000	2.000	20	16.000
2	44	695	30.580		22	17.290

Zusatzfrage: Wie hoch sind die Kosten in Jahr 3, wenn hier 701 Produkte abgesetzt werden, deren variable Stückkosten 20 Geldeinheiten betragen?

- $K_3 = 2.000 + 20 * 701 = \underline{16.020}$
- **Interpretation:** Bei einer Erhöhung der Absatzmenge um eine Einheit, steigen die Kosten um 20 Einheiten (Grenzkosten).

- Kostenänderung bei marginaler Absatzmengenänderung

- $K = c + d * x \rightarrow K'(x) = \frac{\Delta K}{\Delta x} = d$

- **Interpretation:** Bei einer Absatzmengenänderung ändern sich die Gesamtkosten (ΔK) in Höhe der variablen Stückkosten (d) multipliziert mit der Absatzmengenänderung (Δx).
 - Durch eine Erhöhung der Absatzmenge verteilen sich die Fixkosten auf immer mehr produzierte Einheiten, wodurch die gesamten Stückkosten sinken (**Fixkostendegression**).
 - Je größer die Absatzmenge, desto günstiger können Produkte angeboten werden (**Skaleneffekte, Economies of Scale**).

Aufgabe 3: Ein Unternehmen hat in diesem Jahr Kosten in Höhe von 2.925.000 €. Im letzten Jahr waren es 2.300.000 € bei einer Absatzmenge von 60.000. Die Grenzkosten des Unternehmens betragen 25 € in beiden Jahren. Die Fixkosten sind ebenfalls konstant. Wie hoch ist die Absatzmenge in diesem Jahr?

1. Fixkosten berechnen:

- $K'(x) = 25 \text{ €} = d$
- $K_1 = 2.300.000 = c + 25 * 60.000 = c + 1.500.000 - 1.500.000$
- $c = 800.000 \text{ €}$

Aufgabe 3: Ein Unternehmen hat in diesem Jahr Kosten in Höhe von 2.925.000 €. Im letzten Jahr waren es 2.300.000 € bei einer Absatzmenge von 60.000. Die Grenzkosten des Unternehmens betragen 25 € in beiden Jahren. Die Fixkosten sind ebenfalls konstant. Wie hoch ist die Absatzmenge in diesem Jahr?

2. Absatzmenge in diesem Jahr berechnen:

- $c = 800.000 \text{ €}$
- $K_2 = 2.925.000 = 800.000 + 25 * x_2 - 800.000$
- $2.125.000 = 25x_2 / 25$
- $x_2 = \underline{85.000}$

Antwort: Die Absatzmenge in diesem Jahr beträgt 85.000 Stück.

Kostenfunktion › Aufgabe 4

Aufgabe 4: Wie lautet die Kostenfunktion, wenn die gesamten Stückkosten 2,5 € betragen, die variablen Gesamtkosten 500.000 € und die Fixkosten die Hälfte der Gesamtkosten ausmachen?

- $variable\ Gesamtkosten = d * x = 500.000\ €$
- $K = 2c = c + d * x - c$
- $c = d * x = 500.000\ €$
- $K = 2c = 2 * 500.000$
- $K = 1.000.000\ €$

Kostenfunktion › Aufgabe 4

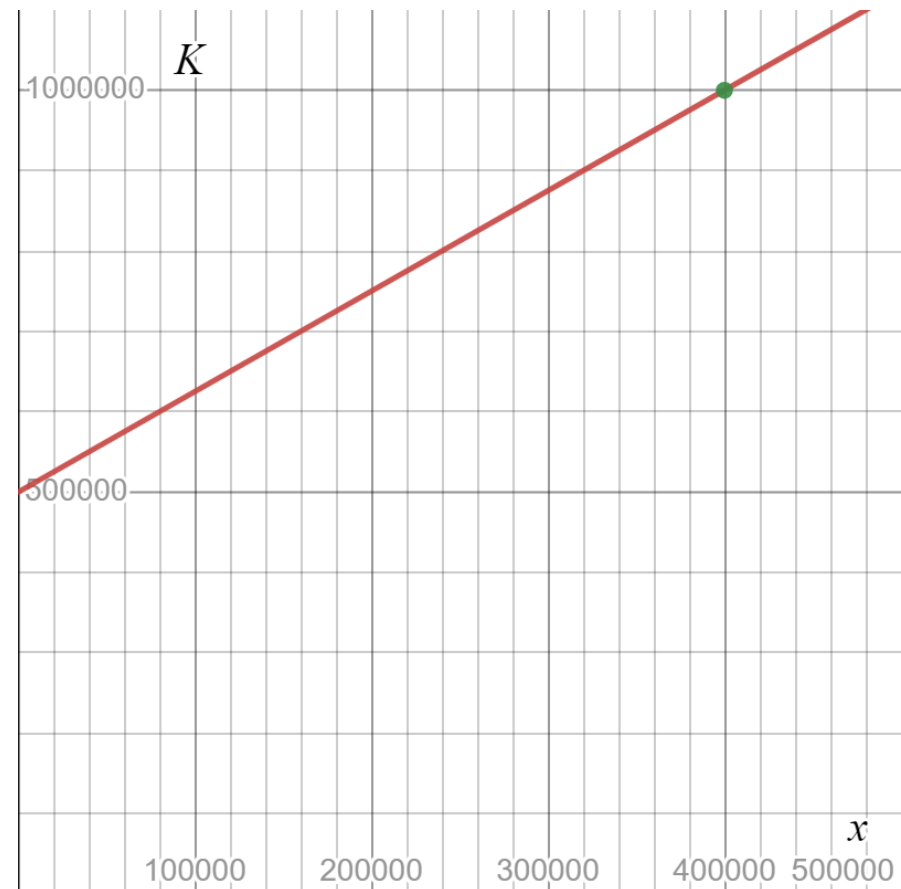
- $\textit{gesamte Stückkosten} = \frac{K}{x} = 2,5 \text{ €}, K = 1.000.000 \text{ €}$
- $2,5 = \frac{1.000.000}{x} * x$
- $2,5x = 1.000.000 / 2,5$
- $x = 400.000$
- $\textit{variable Gesamtkosten} = 500.000 = d * 400.000 / 400.000$
- $d = 1,25 \text{ €}$
- $1.000.000 = 500.000 + 1,25 * 400.000$

Kostenfunktion › Aufgabe 4

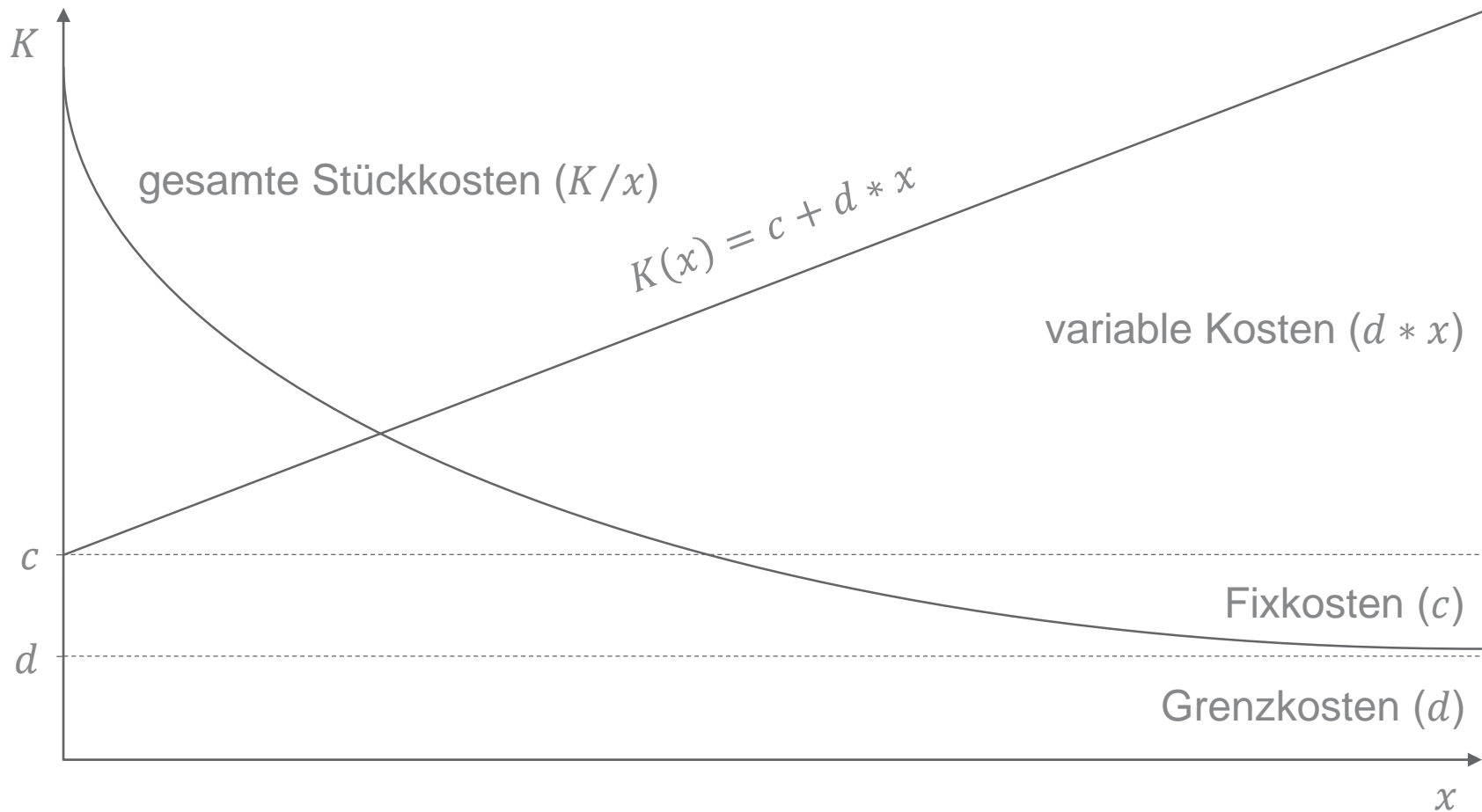
Zusatzfrage: Wo liegt der Punkt auf der Kostenfunktion?

- $K = 500.000 + 1,25 * x$
- $x = 400.000$
- $K = 1.000.000$

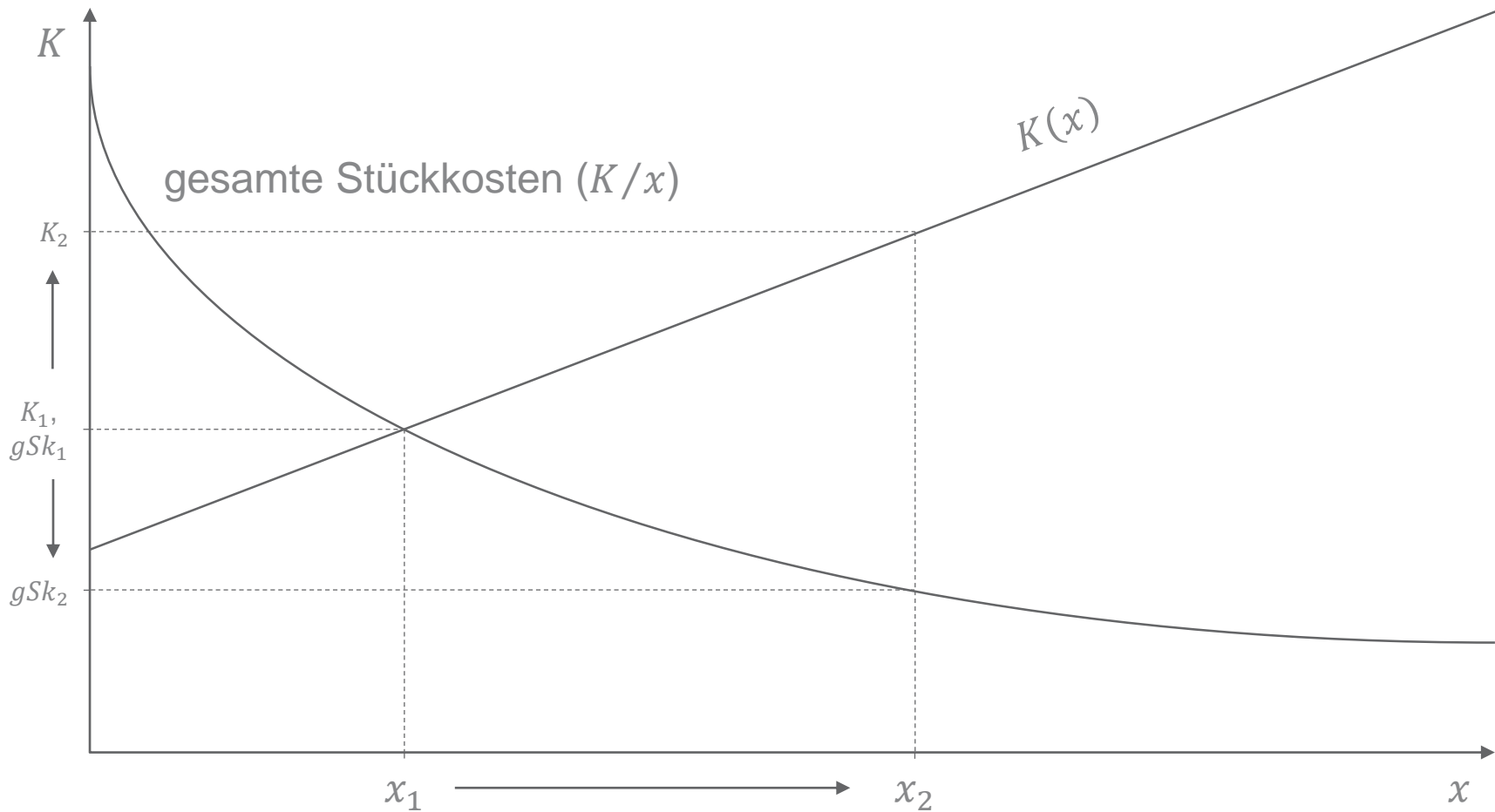
erstellt mit [desmos.com](https://www.desmos.com)



Kostenfunktion › 3. grafische Darstellung

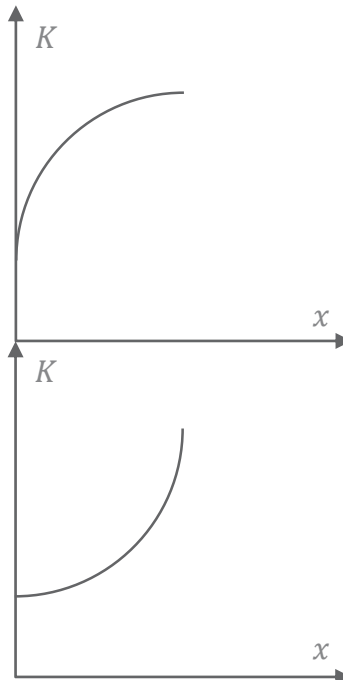


Kostenfunktion › 3. grafische Darstellung



Kostenfunktion › 4. Arten & Verläufe

- **bisher:** lineare Kostenfunktion (Kosten steigen proportional zu Absatzmenge)
- **weitere Verläufe:**

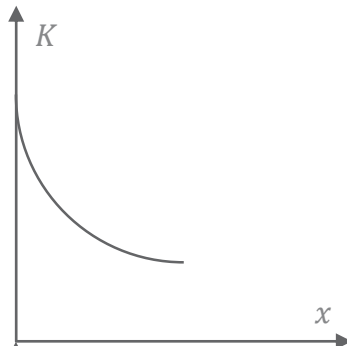


degressive Kostenfunktion

- Kosten steigen unterproportional zur Absatzmenge
- Beispiel: $K = c + d * \sqrt{x}$
- Grenzkosten: $K'(x) = 0,5d/\sqrt{x}$

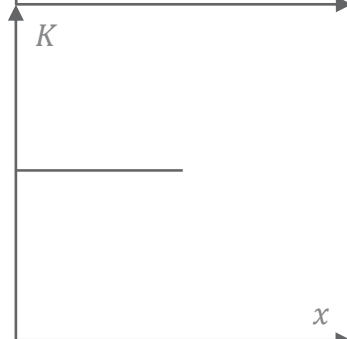
progressive Kostenfunktion

- Kosten steigen überproportional zur Absatzmenge
- Beispiel: $K = c + d * x^2$
- Grenzkosten: $K'(x) = 2dx$



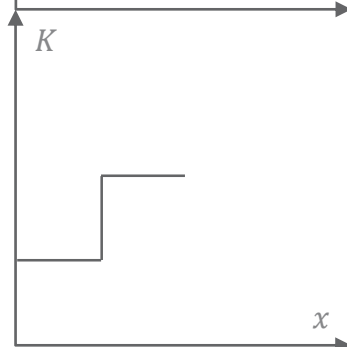
regressive (abnehmende) Kostenfunktion

- Kosten sinken bei steigender Absatzmenge
- Beispiel: $K = c + d * 1/x$
- Grenzkosten: $K'(x) = -d/x^2$



fixe Kostenfunktion

- Kosten unabhängig von der Absatzmenge (konstant)
- Beispiel: $K = c$
- Grenzkosten: $K'(x) = 0$



sprungfixe Kostenfunktion

- Kosten auf bestimmten Absatzmengenintervallen konstant
- dazwischen „springen“ Kosten auf ein anderes Niveau (treppenartiger Verlauf)

Aufgabe 5: Die Kosten eines getränkeherstellenden Unternehmens betragen im vergangenen Jahr 49.960,25 €. Es wurden 9.801 Getränkepaletten abgesetzt und die variablen Stückkosten betragen 14,75 €. Wie hoch sind die Kosten in diesem Jahr, wenn die variablen Stückkosten 14,90 € und die Absatzmenge 10.201 Getränkepaletten betragen? Die Fixkosten sind in beiden Jahren gleich und die Gesamtkosten steigen unterproportional zur Absatzmenge.

1. Fixkosten berechnen:

- $K_1 = 49.960,25 = c + 14,75 * \sqrt{9.801}$
- $49.960,25 = c + 14,75 * 99 = c + 1.460,25 - 1.460,25$
- $c = 48.500 \text{ €}$

Aufgabe 5: Die Kosten eines getränkeherstellenden Unternehmens betragen im vergangenen Jahr 49.960,25 €. Es wurden 9.801 Getränkepaletten abgesetzt und die variablen Stückkosten betragen 14,75 €. Wie hoch sind die Kosten in diesem Jahr, wenn die variablen Stückkosten 14,90 € und die Absatzmenge 10.201 Getränkepaletten betragen? Die Fixkosten sind in beiden Jahren gleich und die Gesamtkosten steigen unterproportional zur Absatzmenge.

2. Gesamtkosten im aktuellen Jahr berechnen:

- $K_2 = 48.500 + 14,90 * \sqrt{10.201}$
- $K_2 = \underline{50.004,9 \text{ €}}$

Antwort: Die Gesamtkosten im aktuellen Jahr betragen gut 50.000 €.

Kostenfunktion › Aufgabe 5

Zusatzfrage: Wie hoch ist die Absatzmenge im nächsten Jahr, wenn die Gesamtkosten 50.060,45 € und die variablen Stückkosten 15,15 € betragen?

- $c = 48.500 \text{ €}$
- $K_3 = 50.060,45 = 48.500 + 15,15 * \sqrt{x} - 48.500$
- $1.560,45 = 15,15 * \sqrt{x} / 15,15$
- $\sqrt{x} = 103$ ²
- $x = \underline{10.609}$

Antwort: Die Absatzmenge im nächsten Jahr beträgt 10.609 Stück.

Kostenfunktion › Aufgabe 6

Aufgabe 6: Zur Produktion von Tischen benötigt ein Unternehmen eine Sägemaschine im Wert von 23.000 € und weiteres Werkzeug im Wert von insgesamt 6.800 €. Pro Tisch fallen Kosten in Höhe von 38,90 € für Personalstunden, 16,50 € für Holz- und größere Metallbauteile und 3,30 € für Schrauben und Lack an. Wie viele Tische werden produziert, wenn die gesamten Stückkosten 60 € betragen und eine lineare Kostenfunktion zugrunde liegt?

- $c = 23.000 + 6.800 = 29.800 \text{ €}$
- $d = 38,90 + 16,50 + 3,30 = 58,70 \text{ €}$
- $\text{gesamte Stückkosten} = 60 = \frac{29.800}{x} + 58,70 * x$
- $60x = 29.800 + 58,70x - 58,70x$

Kostenfunktion › Aufgabe 6

Aufgabe 6: Zur Produktion von Tischen benötigt ein Unternehmen eine Sägemaschine im Wert von 23.000 € und weiteres Werkzeug im Wert von insgesamt 6.800 €. Pro Tisch fallen Kosten in Höhe von 38,90 € für Personalstunden, 16,50 € für Holz- und größere Metallbauteile und 3,30 € für Schrauben und Lack an. Wie viele Tische werden produziert, wenn die gesamten Stückkosten 60 € betragen und eine lineare Kostenfunktion zugrunde liegt?

- $1,3x = 29.800 / 1,3$
- $x \approx \underline{22.923}$

Antwort: Es werden ca. 22.923 Tische produziert.