Zinsrechnung

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

lineare Verzinsung:

- $K_n = K_0 * (1 + i * n)$
  - $K_0 = \frac{K_n}{(1+i*n)}$
  - $i = \frac{K_n - K_0}{K_0 * n}$
  - $n = \frac{K_n - K_0}{K_0 * i}$
- $Z_n = K_0 * i * n$

exponentielle Verzinsung:

- $K_n = K_0 * (1 + i)^n$
  - $K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^n}$
  - $i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$
  - $n = \frac{\log(K_n) - \log(K_0)}{\log(1+i)}$

Zinsrechnung › Aufgabe 1

Eine Familie möchte ihrem neugeborenen Kind zum 18. Geburtstag ein Auto schenken und rechnet damit, dass dieses ca. 10.000 € kosten wird. Wie viel Geld muss die Familie dazu bei der Geburt des Kindes beiseitelegen, wenn das Geld und die Zinsen darauf über den gesamten Zeitraum mit 3,4 % pro Jahr verzinst werden?

Zinsrechnung › Aufgabe 1

Eine Familie möchte ihrem neugeborenen Kind zum 18. Geburtstag ein Auto schenken und rechnet damit, dass dieses ca. 10.000 € kosten wird. Wie viel Geld muss die Familie dazu bei der Geburt des Kindes beiseitelegen, wenn das Geld und die Zinsen darauf über den gesamten Zeitraum mit 3,4 % pro Jahr verzinst werden?

- exponentielle Verzinsung
- gesucht: K_0
- gegeben:
  - $n = 18\ Jahre$
  - $K_n = 10.000\ €$
  - $i = 0{,}034$

Zinsrechnung › Aufgabe 1

Eine Familie möchte ihrem neugeborenen Kind zum 18. Geburtstag ein Auto schenken und rechnet damit, dass dieses ca. 10.000 € kosten wird. Wie viel Geld muss die Familie dazu bei der Geburt des Kindes beiseitelegen, wenn das Geld und die Zinsen darauf über den gesamten Zeitraum mit 3,4 % pro Jahr verzinst werden?

$$K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^n}$$

- $K_0 = \frac{10.000}{(1+0{,}034)^{18}}$
- $K_0 \approx \underline{5.478{,}10\ €}$

Antwort: Rund 5.478,10 € müssen bei der Geburt des Kindes für das Auto angelegt werden.

Zinsrechnung › Aufgabe 2

Ein Betrag von 7.800 € wird mit 3,9 % pro Quartal linear verzinst. Welchen Wert hat das Endkapital nach **a)** 9 Monaten und **b)** einem Jahr?

Zinsrechnung › Aufgabe 2

Ein Betrag von 7.800 € wird mit 3,9 % pro Quartal linear verzinst. Welchen Wert hat das Endkapital nach **a)** 9 Monaten und **b)** einem Jahr?

- lineare Verzinsung
- gesucht: K_n
- gegeben:
    - $K_0 = 7.800\,€$
    - $i = 0{,}039\ (pro\ Quartal)$
    - $n = 3\ bzw.\ 4\ Quartale$

Zinsrechnung › Aufgabe 2

Ein Betrag von 7.800 € wird mit 3,9 % pro Quartal linear verzinst. Welchen Wert hat das Endkapital nach **a)** 9 Monaten und **b)** einem Jahr?

$$K_n = K_0 * (1 + i * n)$$

$$a)\ \ K_3 = 7.800 * (1 + 0{,}039 * 3) = \underline{8.712{,}60\ €}$$

$$b)\ \ K_4 = 7.800 * (1 + 0{,}039 * 4) = \underline{9.016{,}80\ €}$$

Antwort: Das Endkapital hat einen Wert von a) 8.712,60 € bzw. b) 9.016,80 €

Zinsrechnung › Aufgabe 3

Auf ein Guthaben von 10.000 € wird halbjährlich ein Zins von 6,8 % gezahlt. Innerhalb welcher Zeitspanne verdoppelt sich das Guthaben durch Zinseszinsen?

Zinsrechnung › Aufgabe 3

Auf ein Guthaben von 10.000 € wird halbjährlich ein Zins von 6,8 % gezahlt. Innerhalb welcher Zeitspanne verdoppelt sich das Guthaben durch Zinseszinsen?

- exponentielle Verzinsung
- gesucht: n
- gegeben:
  - $K_0 = 10.000\ €$
  - $i = 0{,}068\ (halbjährlich)$
  - $K_n = 20.000\ €$

Zinsrechnung › Aufgabe 3

Auf ein Guthaben von 10.000 € wird halbjährlich ein Zins von 6,8 % gezahlt. Innerhalb welcher Zeitspanne verdoppelt sich das Guthaben durch Zinseszinsen?

$$n = \frac{\log(K_n) - \log(K_0)}{\log(1 + i)}$$

- $n = \frac{\log(20.000) - \log(10.000)}{\log(1+0{,}068)}$
- $n \approx \underline{10{,}54\ Halbjahre}$

Antwort: In 10,54 Halbjahren (5,27 Jahren) hat sich das Guthaben verdoppelt.

Zinsrechnung › Aufgabe 4

Am 04.03 nimmt ein Unternehmen einen Kredit in Höhe von 37.000 € auf, der am 26.09 desselben Jahres mit 41.500 € vollständig (inkl. Zinsen) zurückgezahlt werden muss. Wie hoch ist der, auf ein Jahr bezogene, Zinssatz dieses Kredites? Hinweis: Es soll die sogenannte „Deutsche Zinsmethode“ angewendet werden, bei der jeder Monat mit 30 Tagen und ein Jahr mit 360 Tagen gerechnet werden.

Zinsrechnung › Aufgabe 4

Am 04.03 nimmt ein Unternehmen einen Kredit in Höhe von 37.000 € auf, der am 26.09 desselben Jahres mit 41.500 € vollständig (inkl. Zinsen) zurückgezahlt werden muss. Wie hoch ist der, auf ein Jahr bezogene, Zinssatz dieses Kredites? Hinweis: Es soll die sogenannte „Deutsche Zinsmethode“ angewendet werden, bei der jeder Monat mit 30 Tagen und ein Jahr mit 360 Tagen gerechnet werden.

- lineare Verzinsung
- gesucht: i
- gegeben:
  - $n = 04.03 \; bis \; 26.09$
  - $K_0 = 37.000\,€$
  - $K_n = 41.500\,€$

Zinsrechnung › Aufgabe 4

Am 04.03 nimmt ein Unternehmen einen Kredit in Höhe von 37.000 € auf, der am 26.09 desselben Jahres mit 41.500 € vollständig (inkl. Zinsen) zurückgezahlt werden muss. Wie hoch ist der, auf ein Jahr bezogene, Zinssatz dieses Kredites? Hinweis: Es soll die sogenannte „Deutsche Zinsmethode" angewendet werden, bei der jeder Monat mit 30 Tagen und ein Jahr mit 360 Tagen gerechnet werden.

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 * n}$$

- $n = 26 + 5 * 30 + 26 = 202\ Tage$
- $i = \frac{41.500 - 37.000}{37.000 * (202/360)}$
- $i \approx \underline{0{,}217}$

Antwort: Der Zinssatz beträgt rund 21,7 %.

Zinsrechnung › Aufgabe 5

Jemand leiht sich 8.000 € aus und zahlt nach 3 Jahren 8.650 € zurück. Welchem, auf ein Jahr bezogenen, Zinssatz entspricht das?

Zinsrechnung › Aufgabe 5

Jemand leiht sich 8.000 € aus und zahlt nach 3 Jahren 8.650 € zurück. Welchem, auf ein Jahr bezogenen, Zinssatz entspricht das?

- exponentielle Verzinsung
- gesucht: i
- gegeben:
  - $K_0 = 8.000\,€$
  - $n = 3\ Jahre$
  - $K_n = 8.650\,€$

Zinsrechnung › Aufgabe 5

Jemand leiht sich 8.000 € aus und zahlt nach 3 Jahren 8.650 € zurück. Welchem, auf ein Jahr bezogenen, Zinssatz entspricht das?

$$i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$$

- $i = \sqrt[3]{\frac{8.650}{8.000}} - 1$
- $i \approx \underline{0{,}026}$

Antwort: Der Zinssatz beträgt rund 2,6 %.

Zinsrechnung › Aufgabe 6

a) Innerhalb welches Zeitraums wachsen 6.000 € bei linearer Verzinsung von 1,39 % auf 6.500 € an? b) Welcher Betrag müsste zu gleichen Konditionen angelegt werden, um in der Hälfte der Zeit aus Teilaufgabe a) auf 6.500 € anzuwachsen?

Zinsrechnung › Aufgabe 6 a)

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

a) Innerhalb welches Zeitraums wachsen 6.000 € bei linearer Verzinsung von 1,39 % auf 6.500 € an?

- lineare Verzinsung
- gesucht: n
- gegeben:
  - $K_0 = 6.000\text{ €}$
  - $i = 0{,}0139$
  - $K_n = 6.500\text{ €}$

Zinsrechnung › Aufgabe 6 a)

a) Innerhalb welches Zeitraums wachsen 6.000 € bei linearer Verzinsung von 1,39 % auf 6.500 € an?

$$n = \frac{K_n - K_0}{K_0 * i}$$

- $n = \frac{6.500 - 6.000}{6.000 * 0,0139}$
- $n \approx \underline{6}$

Antwort: In rund 6 Jahren wachsen die 6.000 € auf 6.500 € an.

Zinsrechnung › Aufgabe 6 b)

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

a) Innerhalb welches Zeitraums wachsen 6.000 € bei linearer Verzinsung von 1,39 % auf 6.500 € an? b) Welcher **Betrag** müsste zu gleichen Konditionen angelegt werden, um in der Hälfte der Zeit aus Teilaufgabe a) auf 6.500 € anzuwachsen?

- lineare Verzinsung
- gesucht: K_0
- gegeben:
  - $i = 0{,}0139$
  - $K_n = 6.500\ €$
  - $n = 3\ Jahre$

Zinsrechnung › Aufgabe 6 b)

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

a) Innerhalb welches Zeitraums wachsen 6.000 € bei linearer Verzinsung von 1,39 % auf 6.500 € an? b) Welcher Betrag müsste zu gleichen Konditionen angelegt werden, um in der Hälfte der Zeit aus Teilaufgabe a) auf 6.500 € anzuwachsen?

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + i * n)}$$

- $K_0 = \frac{6.500}{(1+0{,}0139*3)}$
- $K_0 \approx \underline{6.239{,}80\ €}$

Antwort: Rund 6.239,80 € müssten angelegt werden, um in 3 Jahren auf 6.500 € anzuwachsen.

Zinsrechnung › Zusatzaufgabe 1

2015 hat ein Elektroautohersteller 12.670 Autos produziert. 2020 waren es bereits 138.740 Autos. Welcher jährlichen Wachstumsrate entspricht das?

Zinsrechnung › Zusatzaufgabe 1

2015 hat ein Elektroautohersteller 12.670 Autos produziert. 2020 waren es bereits 138.740 Autos. Welcher jährlichen Wachstumsrate entspricht das?

- exponentielle Verzinsung
- gesucht: i
- gegeben:
  - $n = 5\ Jahre$
  - $K_0 = 12.670\ Autos$
  - $K_n = 138.740\ Autos$

Zinsrechnung › Zusatzaufgabe 1

2015 hat ein Elektroautohersteller 12.670 Autos produziert. 2020 waren es bereits 138.740 Autos. Welcher jährlichen Wachstumsrate entspricht das?

$$i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$$

- $i = \sqrt[5]{\frac{138.740}{12.670}} - 1$
- $i \approx \underline{0{,}61}$

Antwort: Dieses Wachstum entspricht einer jährlichen Wachstumsrate von rund 61 %.

Zinsrechnung › Zusatzaufgabe 2

Zur privaten Altersvorsorge sollen 10.000 € in verschiedene Aktien investiert werden. Wie viel Geld steht bei einer jährlichen Wachstumsrate von 5,3 % nach 40 Jahren zur Verfügung, wenn a) die Kauf- und Verkaufsgebühren für Aktien bei jeweils 1,5 % des Transaktionsvolumens liegen oder b) realisierte Kursgewinne mit 25 % besteuert werden?

Zinsrechnung › Zusatzaufgabe 2

Zur privaten Altersvorsorge sollen 10.000 € in verschiedene Aktien investiert werden. Wie viel Geld steht bei einer jährlichen Wachstumsrate von 5,3 % nach 40 Jahren zur Verfügung, wenn a) die Kauf- und Verkaufsgebühren für Aktien bei jeweils 1,5 % des Transaktionsvolumens liegen oder b) realisierte Kursgewinne mit 25 % besteuert werden?

- exponentielle Verzinsung
- gesucht: K_n
- gegeben:
  - $K_0 = 10.000\text{ €}$
  - $i = 0{,}053$
  - $n = 40\ Jahre$

Zinsrechnung › Zusatzaufgabe 2 a)

Zur privaten Altersvorsorge sollen 10.000 € in verschiedene Aktien investiert werden. Wie viel Geld steht bei einer jährlichen Wachstumsrate von 5,3 % nach 40 Jahren zur Verfügung, wenn die Kauf- und Verkaufsgebühren für Aktien bei jeweils 1,5 % des Transaktionsvolumens liegen?

$$K_n = K_0 * (1 + i)^n$$

- $10.000 * 0{,}985 = 9.850$
- $K_n = 9.850 * (1 + 0{,}053)^{40} \approx 77.726{,}85$
- $77.726{,}85 * 0{,}985 \approx \underline{76.560{,}95\ €}$

Antwort: Nach 40 Jahren stehen rund 76.560,95 € zur Verfügung.

Zinsrechnung › Zusatzaufgabe 2 b)

Zur privaten Altersvorsorge sollen 10.000 € in verschiedene Aktien investiert werden. Wie viel Geld steht bei einer jährlichen Wachstumsrate von 5,3 % nach 40 Jahren zur Verfügung, wenn realisierte Kursgewinne mit 25 % besteuert werden?

$$K_n = K_0 * (1 + i)^n$$

- $K_n = 10.000 * (1 + 0{,}053)^{40} \approx 78.910{,}51$
- $(78.910{,}51 - 10.000) * 0{,}75 + 10.000 \approx \underline{61.682{,}88\ €}$

Antwort: Nach 40 Jahren stehen rund 61.682,88 € zur Verfügung.